

Cette épreuve comprend deux exercices et un problème sur deux pages.

Exercice 1 : 5 points

Les parties A et B de cet exercice sont largement indépendantes.

Partie A : 3 points

1. Résoudre dans \mathbb{R}^2 , le système $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + 3y = 5 \end{cases}$. 1pt

2.a. Montrer que le système $\begin{cases} \ln(x) + \ln\left(\frac{x}{y}\right) = 3 \\ \ln(xy) + \ln(y^2) = 5 \end{cases}$ peut encore s'écrire :

$\begin{cases} 2\ln(x) - \ln(y) = 3 \\ \ln(x) + 3\ln(y) = 5 \end{cases}$ 1pt

b. En déduire alors les solutions dans \mathbb{R}^2 , du système $\begin{cases} \ln(x) + \ln\left(\frac{x}{y}\right) = 3 \\ \ln(xy) + \ln(y^2) = 5 \end{cases}$. 1pt

Partie B : 2 points

1. Résoudre dans \mathbb{R} , l'équation $2x^2 + x - 3 = 0$. 1pt

2. En déduire dans \mathbb{R} , l'ensemble solution de l'équation $2e^{2x} + e^x - 3 = 0$. 1pt

Exercice 2 : 5 points

Le club théâtre du collège « LA RÉUSSITE » compte dix élèves tous issus des classes de terminales littéraires, dont six filles et quatre garçons.

1. Ce collège doit choisir au hasard un groupe de trois membres de ce club pour former une délégation afin de répondre à une invitation du club théâtre d'un lycée pour la fête de clôture de ses activités.

a. Combien ce collège a-t-il de possibilités de constituer cette délégation ? 0,5 pt

b. Calculer, puis donner le résultat sous forme de fraction irréductible la probabilité de chacun des événements :

A : « la délégation a exactement une fille » ; 0,5 pt

B : « la délégation a au moins un garçon » ; 0,75 pt

C : « tous les membres de la délégation sont de même sexe ». 0,75 pt

2. Dans le tableau ci-après, sont présentées la note (x) sur 20 en philosophie et la note (y) sur 20 en mathématiques obtenues par les élèves du club théâtre du collège « LA RÉUSSITE » au baccalauréat blanc du mois de mai de cette année.

x	12	8	11	14	13	6	7	9	10	12
y	10	7	9	11	10	6	6	8	9	8

a. Construire dans un plan rapporté à un repère orthonormé le nuage des points de la série ($x; y$). (prendre sur chacun des axes, 1cm pour deux points). 1,5 pt

b. G_1 et G_2 désignent les points moyens respectifs des nuages des séries suivantes extraites de la série $(x; y)$.

x	12	8	11	14	13
y	10	7	9	11	10

x	6	7	9	10	12
y	6	6	8	9	8

(i). Déterminer les coordonnées de G_1 et celles de G_2 .

0,5pt

(ii) Déterminer une équation cartésienne de la droite (G_1G_2) .

0,5pt

Problème : 10 points

On considère la fonction g définie pour tout réel distinct de -2 par $g(x) = \frac{x^2+3x+6}{x+2}$; (C_g) est la courbe représentative dans un plan rapporté à un repère orthogonal $(O; \vec{i}, \vec{j})$ où le centimètre est la longueur d'une unité sur l'axe des abscisses et de deux unités sur l'axe des ordonnées.

1. Calculer les limites respectives de la fonction g en $+\infty$; $-\infty$, à gauche et à droite en -2 .

1pt

2. Montrer que pour tout réel $x \neq -2$, $g(x) = x + 1 + \frac{4}{x+2}$.

0,5pt

3. Montrer que le point $\Omega(-2; -1)$ est un centre de symétrie pour la courbe (C_g) .

1pt

4. Etudier les variations de la fonction g sur $\mathbb{R} - \{-2\}$.

2pts

5. Dresser le tableau des variations de la fonction g sur $\mathbb{R} - \{-2\}$.

0,5pt

6. Montrer que la droite d'équation $y = x + 1$ est asymptote à la courbe (C_g) .

1pt

7. Construire la courbe (C_g) .

2pts

8.a. Déterminer une primitive de g sur $[-1; +\infty[$.

1pt

b. En déduire la primitive G de g sur $[-1; +\infty[$ telle que $G(-1) = e$.

1pt

Session 2019